

الوحدة الاولى (الارتباط و الانحدار)

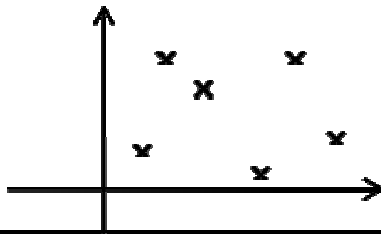
الارتباط :

هو الارتباط بين ظاهرتين أو كميتين متغيرتين و هى طريقة إحصائية يمكن من خلالها تحديد درجة و نوع العلاقة بين متغيرين .

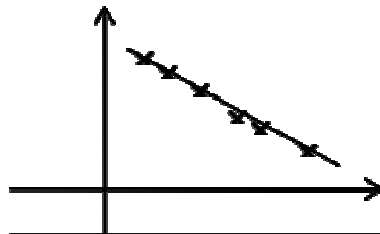
شكل الانتشار :

هو تمثيل بياني لعدد من الأزواج المرتبة (س ، ص) لوصف العلاقة بين متغيرين . أو

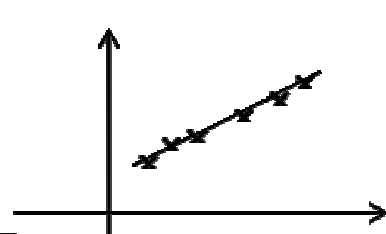
هو مجموعة منفصلة من النقاط (أزواج مرتبة بين س، ص) ممثلة بيانياً فى المستوى حيث يمثل المحور الأفقى قيم أحد المتغيرين وليكن س ويمثل المحور الرأسى قيم المتغير الآخر ص فنحصل على شكل يوضح انتشار النقاط فى المستوى يسمى شكل الانتشار وباستخدام طريقة المربعات الصغرى، يمكن إيجاد معادلات الانحدار.



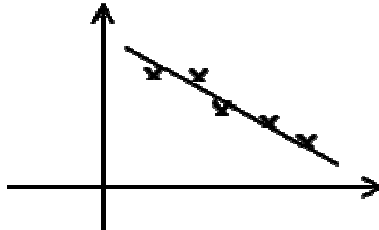
النقط تنتشر فى المستوى دون روابط $R = 0$ الارتباط منعدم



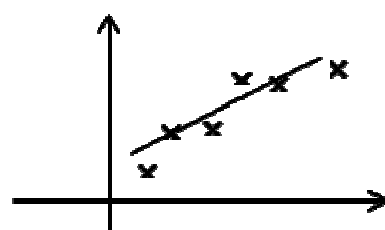
النقط $\Rightarrow$ لخط مستقيم ميله سالب $R = -1$ الارتباط عكسى تام



النقط $\Rightarrow$ لخط مستقيم ميله موجب $R = 1$ الارتباط طردى تام



النقط تقع حول مستقيم ميله سالب $R = -$ الارتباط عكسى



النقط تقع حول مستقيم ميله موجب $R = +$ الارتباط طردى

إذا كان الارتباط قوياً قربت قيم المتغيرين من خط مستقيم يمثل العلاقة بينهما يسمى خط الانحدار

معامل الارتباط r : عبارة عن مقياس كمى نسبى يقيس قوة الارتباط بين متغيرين حيث $-1 < r < 1$ تقاس درجة العلاقة بين المتغيرين بمقياس يسمى " معامل الارتباط " (r) درجات الارتباط :

(١) منعدم $r = 0$ لا يوجد ارتباط

(٢) ضعيف : صفر $< r < 0.4$ أو $-0.4 < r < 0$ صفر.

(٣) متوسط : $0.4 < r < 0.6$ أو $-0.6 < r < -0.4$

(٤) قوى : $0.6 < r < 1$ أو $-1 < r < -0.6$

معامل الارتباط " بيرسون "

نكون الجدول الآتى :

س	ص	س ^٢	ص ^٢	س ص
Σ س	Σ ص	Σ س ^٢	Σ ص ^٢	Σ س ص

معامل الارتباط الخطى لبيرسون :

$$r = \frac{n \Sigma س ص - \Sigma س \times \Sigma ص}{\sqrt{n \Sigma س^2 - (\Sigma س)^2} \sqrt{n \Sigma ص^2 - (\Sigma ص)^2}}$$

حيث ر = معامل ارتباط بيرسون ، ن = عدد القيم لـ " س ، ص "

معامل الارتباط " الرتب " لسبيرمان

نكون الجدول الآتى :

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف ^٢
Σ س	Σ ص	Σ رتب س	Σ رتب ص	Σ ف	Σ ف ^٢

- ر : (معامل ارتباط الرتب لسبيرمان) .
 ف : (هى الفرق بين رتب المتغيرين) .
 ن : (هى عدد قيم كل من المتغيرين) .

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان :

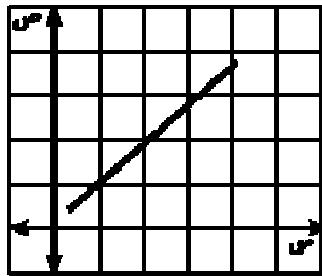
$$r = 1 - \frac{\Sigma ف^2}{n(n-1)}$$

خطوات إيجاد معامل سبيرمان :

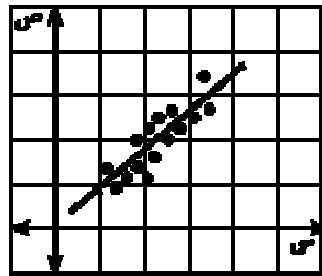
- (١) نحدد رتب كل من المتغيرين بنفس الترتيب (تنازليا أو تصاعديا معا) مع ملاحظة أنه إذا اشترك اثنان أو أكثر فى رتبة تعطى لكل منهما المتوسط الحسابى لهذه الرتب
- (٢) نكون الجدول من ست أعمدة س ، ص ، رتب س ، رتب ص ، ف ، ف^٢ حيث ف الفرق المطلق بين الرتب و نستخدم القانون

* الانحدار :

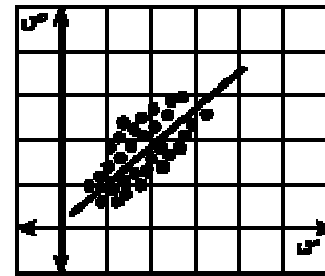
هو أسلوب إحصائى يمكن بواسطته تقدير قيمة أحد المتغيرين بمعلومية قيمة المتغير الآخر .

شكل الانتشار :

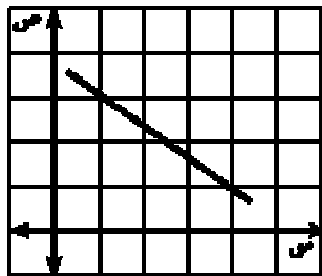
(٣) ارتباط طردي تام



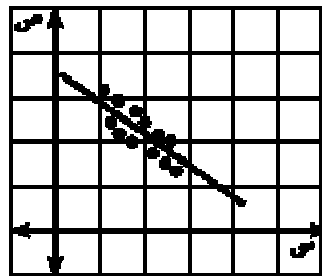
(٢) ارتباط طردي قوى



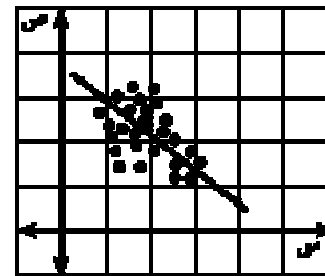
(١) ارتباط طردي متوسط



(٦) ارتباط عكسي تام



(٥) ارتباط عكسي قوى



(٤) ارتباط عكسي متوسط

إذا كان الارتباط قوياً قربت قيم المتغيرين من خط مستقيم يمثل العلاقة بينهما يسمى خط الانحدار

* أنواع الانحدار :

- ١- الانحدار الخطى البسيط : و فيه يعتمد المتغير التابع (ص) على متغير واحد (س)
- ٢- الانحدار المتعدد : فيه المتغير التابع (ص) على أكثر من متغير مستقل (س)
- ٣- الانحدار غير الخطى : إذا كانت العلاقة بين المتغير التابع (ص) و المتغيرات المستقلة غير خطية (من الدرجة الثانية أو الثالثة أو أسية أو لوغاريتمية أو ٠.٠٠)

* معادلة خط انحدار ص على س (لتقدير قيمة ص عند أى قيمة لـ س) :

ص = $\bar{y} + b(\bar{x} - \bar{x})$ حيث $\bar{y}$ ميل المستقيم (معامل انحدار ص على س)

، ب هو طول الجزء الذى يقطعه المستقيم من المحور الرأسى

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

* معادلة خط انحدار س على ص (لتقدير قيمة س عند أى قيمة لـ ص) :

س = س + ج ص ، ج معامل انحدار س على ص

$$ج = \frac{\sum (س \cdot ص) - \frac{\sum س \cdot \sum ص}{ن}}{\sum ص^2 - \frac{(\sum ص)^2}{ن}}$$

ملاحظة : لتقدير قيمة ص إذا علمت قيمة س : نوجد معادلة انحدار ص على س
لتقدير قيمة س إذا علمت قيمة ص : نوجد معادلة انحدار س على ص
و تستخدم معادلة خط انحدار ص على س فى تحديد مقدار الخطأ الذى يتحدد من

العلاقة : مقدار الخطأ = | القيمة الجدولية - القيمة التى تحقق معادلة الانحدار |

الاحتمال الشرطى

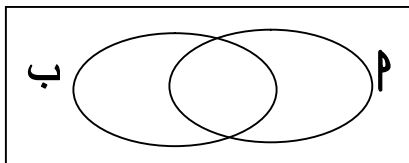
الوحدة الثانية :

تذكر أن :

- ١- احتمال وقوع الحدث م = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث م}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$ ، $ل(پ) = \frac{ن(پ)}{ن(ف)}$
- ٢- الاحداث المتنافية : لا يمكن وقوعها فى آن واحد (لا يوجد عناصر مشتركة)

$$ل(پ \cap ب) = ز ، ل(پ \cap ب) = \text{صفر}$$

الاحداث غير المتنافية : لا يمنع وقوع أحدهما وقوع الآخر (يوجد عناصر مشتركة)



و يمكن استخدام القوانين الآتية :

- ١- $ل(ب \cup م) = ل(ب) + ل(م) - ل(پ \cap ب)$
- ٢- $ل(م) = ١ - ل(ب)$
- ٣- $ل(ب - م) = ل(ب) - ل(پ \cap ب) = ل(م' \cap ب)$
- ٤- $ل(م' \cap ب) = ل(ب \cup م) - ل(پ \cap ب) = ١ - ل(پ \cap ب)$
- ٥- $ل(م' \cup ب) = ل(م') + ل(ب) - ل(پ \cap ب) = ١ - ل(پ \cap ب) + ل(ب)$

انواع الاحتمال :

- ١- الاحتمال غير المشروط مثلا احتمال وقوع الحدث م
- ٢- الاحتمال المشروط مثلا احتمال نجاح طالب إذا علمت أنه حصل على جائزة

تعريف : الاحتمال الشرطى :

إذا كان م ، ب حدثان من فضاء عينة ف حيث ظهور أحدهما يؤثر فى وقوع الآخر أو يتأثر به . أى أن الاحتمال الشرطى هو احتمال وقوع أحدهما

وليكن P إذا علمنا أن الحدث الآخر B قد وقع بالفعل و يكتب $L(P|B)$ و تقرأ احتمال وقوع P بشرط وقوع B

$$\text{و يعطى بالعلاقة: } L(P|B) = \frac{L(P \cap B)}{L(B)}, \quad L(B) \neq 0$$

* بعض خواص الاحتمال الشرطى :

$$\begin{aligned} (1) \quad L(P|B) &= \frac{L(P \cap B)}{L(B)} \\ (2) \quad \text{إذا كان } P \text{ و } B \text{ فإن } L(P|B) &= \frac{L(P \cap B)}{L(B)} = \frac{L(P)}{L(P)} = 1 \\ L(B|P) &= \frac{L(P \cap B)}{L(P)} = \frac{L(P \cap B)}{L(P)} \end{aligned}$$

$$(3) \quad \text{إذا كان } P \cap Q = Z \text{ فإن } L(Z|P \cup Q) = L(P|P \cup Q) + L(Q|P \cup Q)$$

ملاحظات هامة :

$$1 - L(P|B) = L(B|P) - 1$$

٢- من قانون الاحتمال الشرطى نجد أن :

$$L(P \cap B) = L(P|B) \times L(B) \quad \text{بشرط } L(B) > 0$$

$$L(P \cap B) = L(B|P) \times L(P) \quad \text{بشرط } L(P) > 0$$

$$3 - \text{إذا كان } P, B \text{ متنافيين فإن } L(P|B) = 0 \text{ لأن } L(P \cap B) = 0$$

٤- فى مسائل الاحتمال الشرطى الحدث الذى بعد كلمات (ما احتمال - احسب

احتمال - أوجد احتمال - ...) هو الحدث الذى نبدأ به (الحدث الأول)

و الحدث الذى بعد الكلمات (علماً بأن ... - إذا كان ... - إذا علمت أن)

هو الحدث الشرط (الحدث الثانى)

الاحداث المستقلة

* الحدثان المستقلان :

تعريف : يقال الحدثان P, B ، ب مستقلان إذا و إذا فقط $L(P \cap B) = L(P) \times L(B)$

و يلاحظ من التعريف أن احتمال الحدث P لا يعتمد على وقوع الحدث B و العكس

ملحوظة : الفرق بين الحادثين المتنافيين و المستقلين :

الحادثين المتنافيين P, B ، ب يكون تقاطعهما يساوى صفر ، $L(P \cap B) = L(Z) = 0$

الحادثين المستقلين P, B ، ب يكون تقاطعهما لا يساوى صفر ، $L(P \cap B) = L(P) \times L(B)$

*** الاحداث غير المستقلة :**

يكون P ، ب حدثين غير مستقلين إذا كان $L(P \cap B) \neq L(P) \times L(B)$

أى أن الحدثين P ، ب يكونان غير مستقلين إذا كان احتمال حدوث أحدهما يؤثر على احتمال حدوث الآخر .
ملاحظة : سحب الكرة مع الاحلال (الارجاع) فيكون الحدثان مستقلين

الوحدة الثالثة : المتغيرات العشوائية و التوزيعات الاحتمالية

أولاً : المتغير العشوائى المتقطع (المنفصل أو الوثاب) :

(هو متغير عشوائى مراه مجموعة محدودة من العناصر)
الوسط الحسابى أو التوقع ويرمز له بالرمز m ، $\sum_{r=1}^n s_r \times d(s_r) = m$
التباين (σ^2) : $\sum_{r=1}^n s_r^2 \times d(s_r) - m^2 = \sigma^2$
الانحراف المعياري $(\sigma) = \sqrt{\text{التباين}}$

معامل الاختلاف = $\frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} \times 100\% = \frac{\sigma}{m} \times 100\%$
المتغير العشوائى المستمر (المتصل) :

هو متغير عشوائى مراه فترة [مجموعة غير محدودة من العناصر]
إذا كان s متغير عشوائى متصل مراه الفترة $[P, B]$ ، d : $[P, B]$ ح ح بحيث تحقق :

$$(1) d(s) \times g[P, B] \text{ لكل } s \in [P, B]$$

(2) الشكل البياني لهذه الدالة هو منحنى متصل بحيث تكون مساحة المنطقة أسفل منحنى

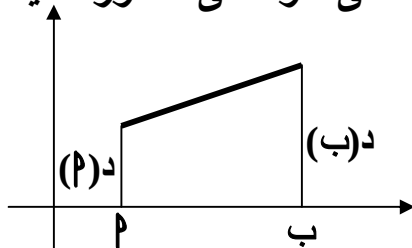
الدالة و فوق محور السينات مساوية الواحد الصحيح

دالة الكثافة : إذا كان s متغير عشوائى متصل فإن الدالة d تسمى دالة كثافة المتغير العشوائى

س إذا كان $L(P \sim Y \sim B) = \text{مساحة المنطقة الواقعة تحت منحنى } d \text{ و أعلى محور السينات}$

فى الفترة $[P, B]$ حيث $P \sim B$

$$L(P \sim Y \sim B) = \frac{1}{2} [d(P) + d(B)] (B - P)$$

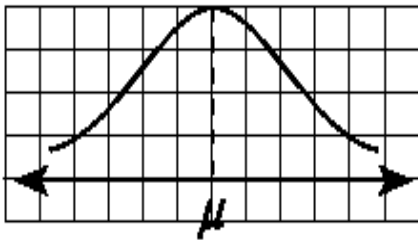


تذكر أن :

- (١) مساحة المستطيل = الطول $\times$ العرض
 (٢) مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة $\times$ الارتفاع
 (٣) مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ مجموع القاعدتين المتوازيتين $\times$ الارتفاع

الوحدة الرابعة : التوزيع الطبيعي

هو منحنى يأخذ شكل الناقوس أو الجرس
 خصائص المنحنى الطبيعي



- (١) ل (- ∞ < س < ∞) = ١
 (٢) ل (٠ < س < ∞) = ٠,٥
 (٣) ل (- ∞ < س < ٠) = ٠,٥
 (٤) ل (-أ < س < أ) = ل (٠ < س < ٠)

طريقة الكشف في الجدول

الكشف المباشر من الجدول يجب أن يكون هذا الشكل $\Leftarrow$ ل (٠ ص ٣ ص ٣)

في حالة رقمين : نجمع إذا كانوا مختلفين في الإشارة

مثل : ل (-٢ ص ٣ ص ٣) = ل (٢ ص ٣ ص ٣) + ل (٠ ص ٣ ص ٣)

، في حالة رقمين : نطرح إذا كانوا لهم نفس الإشارة

مثل : ل (١ ص ٣ ص ٣) = ل (٣ ص ٣ ص ٣) - ل (٠ ص ٣ ص ٣)

في حالة رقم واحد في المتباينة

العلامة E اشارتها موجب
 العلامة 3 اشارتها سالب

إذا كان الرقم والعلامة متشابهان نطرح من ٠,٥

مثل : ل (٢ ص E) = ٠,٥ - ل (٢ ص ٣)

مثل : ل (٠,٦ ص ٣) = ٠,٥ - ل (٠,٦ ص ٣)

إذا كان الرقم والعلامة مختلفان نجمع على ٠,٥

مثل : ل (١ ص E) = ٠,٥ + ل (١ ص ٣)

مثل : ل (٠,٤ ص ٣) = ٠,٥ + ل (٠,٤ ص ٣)

* إذا كان س متغيرا طبيعيا غير معيارى وسطه الحسابى m وانحرافه المعيارى s فإننا نحول هذا المتغير إلى متغير طبيعى معيارى ص بالقاعدة التالية :

$$\text{ص} = \frac{\text{س} - \text{م}}{\text{س}}$$

$$\text{ويكون ل (م }^3 \text{ س }^3 \text{ ب }^3 \text{) ل} = \left(\frac{\text{م} - \text{ب}}{\text{س}} \right)^3 \text{ ص }^3 \text{ ل}$$

ملاحظات : (١) عدد الأشخاص = الاحتمال × العدد الكلى

(٢) النسبة المئوية = الاحتمال × ١٠٠ %

* كيفية حساب الاحتمال على الفترة [٠ ، ١] حيث ى عدد موجب لاي جاد ل (٠ < س < ١,٢٥) نستخدم جدول المساحات

س	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥
٠,٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٤٠	٠,٠٠٨٠	٠,٠١٢٠	٠,٠١٦٠	٠,٠٢٠٠
٠,١	٠,٠٣٩٨	٠,٠٤٣٨	٠,٠٤٧٨	٠,٠٥١٧	٠,٠٥٥٧	٠,٠٥٩٦
٠,٢	٠,٠٧٩٣	٠,٠٨٣٣	٠,٠٨٧٣	٠,٠٩١٣	٠,٠٩٥٣	٠,٠٩٩٣
٠,٣	٠,١١٧٩	٠,١٢١٧	٠,١٢٥٥	٠,١٢٩٣	٠,١٣٣١	٠,١٣٦٨
٠,٤	٠,١٥٥٤	٠,١٥٩١	٠,١٦٢٨	٠,١٦٦٤	٠,١٧٠٠	٠,١٧٣٦
٠,٥	٠,١٩١٥	٠,١٩٥٠	٠,١٩٨٥	٠,٢٠٢٠	٠,٢٠٥٤	٠,٢٠٨٨

$$\text{ل (٠ < س < ١,٢٥)} = ٠,٣٩٤٤$$

$$\text{ل (٠ < س < ١,٥)} = ٠,٤٣٣٢$$

ملحوظة : البحث فى عمق الجدول :-

فى هذا الجزء سوف يكون معلوم قيمة الاحتمال ومجهول أحد حدود الفترة
فمثلا إذا كان ل (٠ < م < ك) = ٠,٣٩٤٤ فما قيمة ك
لايجاد قيمة ك نبحث عن المساحة المعطاة ٠,٣٩٤٤ فى جدول المساحات
فنجدها فى صف ١,٢ وتحت ٠,٠٥ ولهذا فإن ك = ١,٢٥

جدول المساحات أسفل المنحنى الطبيعى المعيارى

س	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
٠,٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٤٠	٠,٠٠٨٠	٠,٠١٢٠	٠,٠١٦٠	٠,٠١٩٩	٠,٠٢٣٩	٠,٠٢٧٩	٠,٠٣١٩	٠,٠٣٥٩
٠,١	٠,٠٣٩٨	٠,٠٤٣٨	٠,٠٤٧٨	٠,٠٥١٧	٠,٠٥٥٧	٠,٠٥٩٦	٠,٠٦٣٦	٠,٠٦٧٥	٠,٠٧١٤	٠,٠٧٥٣
٠,٢	٠,٠٧٩٣	٠,٠٨٣٣	٠,٠٨٧٣	٠,٠٩١٣	٠,٠٩٥٣	٠,٠٩٩٣	٠,١٠٣٦	٠,١٠٧٥	٠,١١١٤	٠,١١٥٣
٠,٣	٠,١١٧٩	٠,١٢١٧	٠,١٢٥٥	٠,١٢٩٣	٠,١٣٣١	٠,١٣٦٨	٠,١٤٠٦	٠,١٤٤٣	٠,١٤٨٠	٠,١٥١٧
٠,٤	٠,١٥٥٤	٠,١٥٩١	٠,١٦٢٨	٠,١٦٦٤	٠,١٧٠٠	٠,١٧٣٦	٠,١٧٧٣	٠,١٨٠٨	٠,١٨٤٤	٠,١٨٧٩
٠,٥	٠,١٩١٥	٠,١٩٥٠	٠,١٩٨٥	٠,٢٠٢٠	٠,٢٠٥٤	٠,٢٠٨٨	٠,٢١٢٣	٠,٢١٥٧	٠,٢١٩٠	٠,٢٢٢٤

٩,٠	٨,٠	٧,٠	٦,٠	٥,٠	٤,٠	٣,٠	٢,٠	١,٠	٠,٠	٥
-٠,٢٥٤٩	-٠,٢٥١٧	-٠,٢٤٨٦	-٠,٢٤٥٤	-٠,٢٤٢٢	-٠,٢٣٨٩	-٠,٢٣٥٧	-٠,٢٣٢٤	-٠,٢٢٩١	-٠,٢٢٥٩	-٠,٦
-٠,٢٨٥٢	-٠,٢٨٢٣	-٠,٢٧٩٤	-٠,٢٧٦٤	-٠,٢٧٣٤	-٠,٢٧٠٤	-٠,٢٦٧٢	-٠,٢٦٤٢	-٠,٢٦١١	-٠,٢٥٨٠	-٠,٧
-٠,٣١٣٣	-٠,٣١٠٦	-٠,٣٠٧٨	-٠,٣٠٥١	-٠,٣٠٢٣	-٠,٢٩٩٥	-٠,٢٩٦٧	-٠,٢٩٣٩	-٠,٢٩١٠	٢٨٨١	-٠,٨
-٠,٣٣٨٩	-٠,٣٣٦٥	-٠,٣٣٤٠	-٠,٣٣١٥	-٠,٣٢٨٩	-٠,٣٢٦٤	-٠,٣٢٣٨	-٠,٣٢١٢	-٠,٣١٨٦	-٠,٣١٥٩	-٠,٩
-٠,٣٦٢١	-٠,٣٥٩٩	-٠,٣٥٧٧	-٠,٣٥٥٤	-٠,٣٥٣١	-٠,٣٥٠٨	-٠,٣٤٨٥	-٠,٣٤٦١	-٠,٣٤٣٨	-٠,٣٤١٢	١,٠
-٠,٣٨٣٠	-٠,٣٨١٥	-٠,٣٧٩٠	-٠,٣٧٧٠	-٠,٣٧٤٩	-٠,٣٧٢٩	-٠,٣٧٠٨	-٠,٣٦٨٦	-٠,٣٦٦٥	-٠,٣٦٤٢	١,١
-٠,٤٠١٥	-٠,٣٩٩٧	-٠,٣٩٨٠	-٠,٣٩٦٢	-٠,٣٩٤٤	-٠,٣٩٢٥	-٠,٣٩٠٧	-٠,٣٨٨٨	-٠,٣٨٦٩	-٠,٣٨٤٩	١,٢
-٠,٤١٧٧	-٠,٤١٦٣	-٠,٤١٤٧	-٠,٤١٣١	-٠,٤١١٥	-٠,٤٠٩٩	-٠,٤٠٨٢	-٠,٤٠٦٦	-٠,٤٠٤٩	-٠,٤٠٣٢	١,٣
-٠,٤٣١٩	-٠,٤٣٠٦	-٠,٤٢٩٢	-٠,٤٢٧٩	-٠,٤٢٦٥	-٠,٤٢٥١	-٠,٤٢٣٦	-٠,٤٢٢٢	-٠,٤٢٠٧	-٠,٤١٩٢	١,٤
-٠,٤٤٤١	-٠,٤٤٢٩	-٠,٤٤١٨	-٠,٤٤٠٦	-٠,٤٣٩٤	-٠,٤٣٨٢	-٠,٤٣٧٠	-٠,٤٣٥٧	-٠,٤٣٤٥	-٠,٤٣٣٢	١,٥
-٠,٤٥٤٥	-٠,٤٥٣٥	-٠,٤٥٢٥	-٠,٤٥١٥	-٠,٤٥٠٥	-٠,٤٤٩٥	-٠,٤٤٨٤	-٠,٤٤٧٤	-٠,٤٤٦٣	-٠,٤٤٥٢	١,٦
-٠,٤٦٢٣	-٠,٤٦٢٥	-٠,٤٦١٦	-٠,٤٦٠٨	-٠,٤٥٩٩	-٠,٤٥٩١	-٠,٤٥٨٢	-٠,٤٥٧٢	-٠,٤٥٦٤	-٠,٤٥٥٤	١,٧
-٠,٤٧٠٦	-٠,٤٦٩٩	-٠,٤٦٩٣	-٠,٤٦٨٦	-٠,٤٦٧٨	-٠,٤٦٧١	-٠,٤٦٦٤	-٠,٤٦٥٦	-٠,٤٦٤٩	-٠,٤٦٤١	١,٨
-٠,٤٧٦٧	-٠,٤٧٦١	-٠,٤٧٥٦	-٠,٤٧٥٠	-٠,٤٧٤٤	-٠,٤٧٣٨	-٠,٤٧٣٢	-٠,٤٧٢٦	-٠,٤٧١٩	-٠,٤٧١٢	١,٩
-٠,٤٨١٧	-٠,٤٨١٢	-٠,٤٨٠٨	-٠,٤٨٠٣	-٠,٤٧٩٨	-٠,٤٧٩٣	-٠,٤٧٨٨	-٠,٤٧٨٣	-٠,٤٧٧٨	-٠,٤٧٧٢	٢,٠
-٠,٤٨٥٧	-٠,٤٨٥٤	-٠,٤٨٥٠	-٠,٤٨٤٦	-٠,٤٨٤٢	-٠,٤٨٣٨	-٠,٤٨٣٤	-٠,٤٨٣٠	-٠,٤٨٢٦	-٠,٤٨٢١	٢,١
-٠,٤٨٩٠	-٠,٤٨٨٧	-٠,٤٨٨٤	-٠,٤٨٨١	-٠,٤٨٧٨	-٠,٤٨٧٥	-٠,٤٨٧١	-٠,٤٨٦٨	-٠,٤٨٦٤	-٠,٤٨٦١	٢,٢
-٠,٤٩١٦	-٠,٤٩١٣	-٠,٤٩١١	-٠,٤٩٠٩	-٠,٤٩٠٦	-٠,٤٩٠٤	-٠,٤٩٠١	-٠,٤٨٩٨	-٠,٤٨٩٦	-٠,٤٨٩٢	٢,٣
-٠,٤٩٣٦	-٠,٤٩٣٤	-٠,٤٩٣٣	-٠,٤٩٣١	-٠,٤٩٣٩	-٠,٤٩٣٧	-٠,٤٩٣٥	-٠,٤٩٣٢	-٠,٤٩٣٠	-٠,٤٩١٨	٢,٤
-٠,٤٩٥٢	-٠,٤٩٥١	-٠,٤٩٤٩	-٠,٤٩٤٨	-٠,٤٩٤٦	-٠,٤٩٤٥	-٠,٤٩٤٢	-٠,٤٩٤١	-٠,٤٩٤٠	-٠,٤٩٣٨	٢,٥
-٠,٤٩٦٤	-٠,٤٩٦٣	-٠,٤٩٦٢	-٠,٤٩٦١	-٠,٤٩٦٠	-٠,٤٩٥٩	-٠,٤٩٥٧	-٠,٤٩٥٦	-٠,٤٩٥٥	-٠,٤٩٥٢	٢,٦
-٠,٤٩٧٤	-٠,٤٩٧٣	-٠,٤٩٧٢	-٠,٤٩٧١	-٠,٤٩٧٠	-٠,٤٩٦٩	-٠,٤٩٦٨	-٠,٤٩٦٧	-٠,٤٩٦٦	-٠,٤٩٦٥	٢,٧
-٠,٤٩٨١	-٠,٤٩٨٠	-٠,٤٩٧٩	-٠,٤٩٧٩	-٠,٤٩٧٨	-٠,٤٩٧٧	-٠,٤٩٧٧	-٠,٤٩٧٦	-٠,٤٩٧٥	-٠,٤٩٧٤	٢,٨
-٠,٤٩٨٦	-٠,٤٩٨٦	-٠,٤٩٨٥	-٠,٤٩٨٥	-٠,٤٩٨٤	-٠,٤٩٨٤	-٠,٤٩٨٢	-٠,٤٩٨٢	-٠,٤٩٨٢	-٠,٤٩٨١	٢,٩
-٠,٤٩٩٠	-٠,٤٩٩٠	-٠,٤٩٨٩	-٠,٤٩٨٩	-٠,٤٩٨٩	-٠,٤٩٨٨	-٠,٤٩٨٨	-٠,٤٩٨٧	-٠,٤٩٨٧	-٠,٤٩٨٧	٣,٠
-٠,٤٩٩٣	-٠,٤٩٩٣	-٠,٤٩٩٣	-٠,٤٩٩٣	-٠,٤٩٩٣	-٠,٤٩٩٣	-٠,٤٩٩١	-٠,٤٩٩١	-٠,٤٩٩١	-٠,٤٩٩٠	٣,١
-٠,٤٩٩٥	-٠,٤٩٩٥	-٠,٤٩٩٥	-٠,٤٩٩٤	-٠,٤٩٩٤	-٠,٤٩٩٤	-٠,٤٩٩٤	-٠,٤٩٩٤	-٠,٤٩٩٣	-٠,٤٩٩٢	٣,٢
-٠,٤٩٩٧	-٠,٤٩٩٦	-٠,٤٩٩٦	-٠,٤٩٩٦	-٠,٤٩٩٦	-٠,٤٩٩٦	-٠,٤٩٩٦	-٠,٤٩٩٥	-٠,٤٩٩٥	-٠,٤٩٩٥	٣,٣
-٠,٤٩٩٨	-٠,٤٩٩٧	-٠,٤٩٩٧	-٠,٤٩٩٧	-٠,٤٩٩٧	-٠,٤٩٩٧	-٠,٤٩٩٧	-٠,٤٩٩٧	-٠,٤٩٩٧	-٠,٤٩٩٧	٣,٤
-٠,٤٩٩٨	-٠,٤٩٩٨	-٠,٤٩٩٨	-٠,٤٩٩٨	-٠,٤٩٩٨	-٠,٤٩٩٨	-٠,٤٩٩٨	-٠,٤٩٩٨	-٠,٤٩٩٨	-٠,٤٩٩٨	٣,٥

تنبيه هام :

يجب حل نماذج الاحصاء (البوكلت) واتباع النظام فيها و حفظ و فهم القوانين لسهولة الحل للاسئلة المتنوعة .

اختيار من متعدد :

(١) إذا كان $p \in B$ و كان $L(p) = \frac{7}{10}$ ، $L(B) = 0.5$ فإن $L(p|B) = \dots$

(أ) $\frac{1}{5}$ (ب) $\frac{3}{5}$ (ج) $\frac{4}{5}$ (د) $\frac{3}{20}$

(٢) إذا كانت $F = \{p, B, ج\}$ ، و كان $p, B, ج$ أحداث متنافية حيث $L(p) = 0.25$ ،

$L(B) = 0.4$ ، فإن $L(ج) = \dots$ (أ) 0.1 (ب) 0.15 (ج) 0.35 (د) 0.65

(٣) إذا كان p, B حدثين مستقلين ، و كان $L(p) = 0.2$ ، $L(B) = 0.6$ فإن $L(p \cup B) = \dots$

(أ) 0.12 (ب) 0.32 (ج) 0.68 (د) 0.8

(٤) إذا كان s متغير عشوائى متوسطه يساوى 120 و انحرافه المعياري يساوى 6 فإن

معامل الاختلاف له $\dots\% = \dots$ (أ) 60 (ب) $\frac{1}{20}$ (ج) 20 (د) 5

(٥) إذا كان p, B حدثين مستقلين من فضاء العينة F لتجربة عشوائية حيث $L(p) = 0.3$ ،

$L(p - B) = 0.06$ فإن $L(B) = \dots$ (أ) 0.8 (ب) 0.2 (ج) 0.04 (د) 0.94

(٦) إذا كان متغيراً طبيعياً معيارياً بحيث $L(ص | ص > ك) = 0.9544$ فإن $ك : \dots$

2 ل $(ص > ك) = 0.9544$ أكشف (أ) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 4

(٧) إذا كان s متغير عشوائى متقطع و كان التوقع يساوى 5 ، و الانحراف المعياري 3

فإن $s^2 \leq (s - \dots) = \dots$ (أ) 9 (ب) 25 (ج) 16 (د) 34

(٨) إذا كان p, B حدثان من فضاء عينة لتجربة عشوائية و كان $p \in B$ فإن $L(p \cap B) = \dots$

(أ) $L(B)$ (ب) $L(p)$ (ج) $L(B)$ (د) $1 - L(p)$

(٩) إذا كانت درجات طلاب فصل فى امتحان الإحصاء تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه 75 و تباينه

5 و حصل أحمد فى هذا الامتحان على 80 درجة فإن درجة أحمد فى صورته المعيارية

هى $\dots$ (أ) 1 (ب) 5 (ج) 1 (د) 5

(١٠) إذا كان s متغير عشوائى مداه $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

و كان $L(s = 0) = L(s = 4) = \frac{1}{16}$ ، $L(s = 1) = L(s = 3) = \frac{1}{4}$

فإن $L(s = 2) = \dots$ (أ) $\frac{1}{8}$ (ب) $\frac{3}{8}$ (ج) $\frac{5}{8}$ (د) $\frac{7}{8}$

(١١) إذا كان $\bar{x}$ متغير عشوائى طبيعى متوسطه m و انحرافه المعياري σ فإن ل ($\bar{x} < m$) =

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٠,٥ (د) - ٠,٥

(١٢) العلاقة بين طول ضلع مثلث متساوى الأضلاع و محيطه هو ارتباط

(أ) طردى قوى (ب) عكسي قوى (ج) طردى تام (د) عكسي تام

(١٣) إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٥ علما بأن العدد الظاهر

فردى يساوى (أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{1}{2}$ (د) $\frac{3}{4}$

(١٤) إذا كان $\bar{x}$ متغيراً عشوائياً متقطعاً متوسطه $\mu = 4$ ، وانحرافه المعياري $\sigma = 3$ فإن

معامل الاختلاف له يساوي

(أ) ١٦ % (ب) ٧٥ % (ج) ٦٤ % (د) ١٥,٦ %

(١٥) إذا كان $\bar{x}$ متغيراً عشوائياً معيارياً بحيث ل ($\bar{x} < 0$) = ٠,٧٣٢٤ فإن قيمة ك = ...

(أ) - ٠,٧٣ (ب) - ٠,٦٢ (ج) ٠,٦٢ (د) ٠,٧٣

(١٦) إذا كان ل (P) = $\frac{1}{4}$ ، ل ($P - B$) = $\frac{3}{8}$ فإن ل ($B | P$) =

(أ) $\frac{3}{8}$ (ب) $\frac{3}{4}$ (ج) $\frac{9}{12}$ (د) $\frac{3}{16}$

(١٧) إذا كان $\bar{x}$ متغيراً عشوائياً متصلاً و دالة كثافة الاحتمال هى :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}(x^2 - 1) & \text{حيث } 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

فإن ل ($2 \leq x \leq 2,5$) = (أ) $\frac{7}{24}$ (ب) $\frac{1}{24}$ (ج) $\frac{35}{24}$ (د) $\frac{7}{12}$

أكمل ما يأتى :

(١) إذا كان $\bar{x}$ متغيراً عشوائياً متقطعاً مداه $\{0, 1, 3, 5\}$ وكان ل ($\bar{x} = 0$) = $\frac{1}{4}$

ل ($\bar{x} = 1$) = $\frac{1}{4}$ ، ل ($\bar{x} = 3$) = $\frac{1}{4}$ فإن المتوسط =

الحل : مجموع الاحتمالات = ١ ل ($B = 0$) = $1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

المتوسط $m = \sum x_i \cdot P(x_i) = 0 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{4} + 5 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{3}$

(٢) إذا كانت سـ متغير عشوائى طبيعى متوسطه $m = 165$ و انحرافه المعيارى σ فإن لـ $(سـ \times 180) = 0,0062$ فإن $\sigma = \dots$

الحل : لـ $(سـ \times \frac{165 - 180}{S}) = 0,0062$ B لـ $(سـ \times \frac{15}{S}) = 0,0062$
 B $0,5 - لـ (0 < سـ < 10) = 0,0062$ B لـ $(0 < سـ < 10) = 0,5 - 0,0062$
 B لـ $(0 < سـ < 10) = 0,4938$ B $2,5 = \frac{15}{S}$ B $6 = 2,5 \div 15 = S$

(٣) إذا كانت سـ متغير عشوائى متقطعا مداه $\{0, 1, 2\}$ و دالة توزيعه الاحتمالى تتحدد بالعلاقة $D(s) = \frac{P}{3}$ فإن قيمة $P = \dots$

الحل : د(0) = صفر ، د(1) = $\frac{1 \times P}{3} = \frac{P}{3}$ ، د(2) = $\frac{2 \times P}{3} = \frac{2P}{3}$
 A $1 = د(0) + د(1) + د(2)$ B $1 = صفر + \frac{P}{3} + \frac{2P}{3}$ B $1 = \frac{P}{3}$
 B $3 = P$ B $6 = 2P$

(٤) إذا كان سـ متغير عشوائى متقطع مداه $\{1, 2, 3\}$ ، دالة التوزيع الاحتمالى له

$D(s) = \frac{P}{6}$ فإن لـ $(سـ < 1) = \dots$

الحل :

سـ	١	٢	٣
د(سـ)	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$

$m = 1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{2}{6} + 3 \times \frac{3}{6} = \frac{14}{6}$ B

B $S = \frac{9}{6} = 1 \left(\frac{14}{6} \right) - \left(\frac{3}{6} \times 9 + \frac{2}{6} \times 4 + \frac{1}{6} \times 1 \right) = 0,7454$ B

لـ $(سـ < 1) = لـ (ص < 1,7) = \left(\frac{1 - 1,7}{0,7454} \right) = لـ (ص > 1,7) + 0,5 = لـ (0 < سـ < 1,7) + 0,5 = 0,9554$

(٥) إذا كانت لـ $(P) = \frac{2}{5}$ ، لـ $(ب | P) = \frac{1}{4}$ فإن لـ $(P \cap ب) = \dots$

الحل : لـ $(P) = \frac{2}{5}$ B لـ $(P) = \frac{2}{5} - 1 = \frac{3}{5}$
 B لـ $(P \cap ب) = لـ (ب | P) \times لـ (P) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$

أسئلة المقال :

(١) إذا كان P ، ب حدثين مستقلين من فضاء العينة لتجربة عشوائية و كان $L(P) = 0,3$ ،
 $L(B) = 0,8$ ، اجب عن أحد المطلوبين التاليين فقط :
 (١) أوجد : $L(P - B)$ (٢) أوجد : $L(P \cup B)$
 الحل :

$$\begin{aligned} A \quad P, B \text{ حدثين مستقلين } B \cap P &= L(P) \times L(B) = 0,3 \times 0,8 = 0,24 \\ B \quad L(B - P) &= L(B) - L(P \cap B) = 0,8 - 0,24 = 0,56 \\ L(P \cup B) &= L(P) + L(B) - L(P \cap B) = 0,3 + 0,8 - 0,24 = 0,86 \end{aligned}$$

(٢) إذا كان P ، ب حدثين مستقلين من فضاء عينة عشوائية و كان $L(B) = 0,4$ ،
 $L(P \cap B) = 0,24$ فأحسب : $L(P \cup B)$
 الحل : $A \quad P, B \text{ حدثين مستقلين } B \cap P = L(P) \times L(B) = 0,24$
 $B \quad L(P) = 0,24 \div 0,4 = 0,6$
 $L(P \cup B) = L(P) + L(B) - L(P \cap B) = 0,6 + 0,4 - 0,24 = 0,84$

(٣) إذا كان $\overline{S} = 40$ ، $\overline{V} = 30$ ، $\overline{S} \cap \overline{V} = 232$ ، $\overline{S} \cap V = 360$ ،
 $\overline{S} \cap \overline{V} = 200$ ، $\overline{S} \cap V = 8$ أوجد معادلة خط الانحدار
 الحل : معادلة انحدار V على S : $V = bS + a$

$$\begin{aligned} b &= \frac{\overline{S} \cap V - \overline{S} \cap \overline{V}}{(\overline{S} \cap V) - (\overline{S} \cap \overline{V})} = \frac{8 - 232}{360 - 200} = \frac{8 - 232}{160} = -1,425 \\ P &= \frac{\overline{S} \cap V - b(\overline{S} \cap \overline{V})}{\overline{S} \cap V} = \frac{8 - (-1,425)(232)}{360} = \frac{8 + 330,8}{360} = \frac{338,8}{360} = 0,941 \end{aligned}$$

B المعادلة هي : $V = 0,941S + 1,1875$

(٤) قام إحصائي بدراسة العلاقة بين تقديرات مادتين دراسيتين لسبع طلاب ودون النتائج الجدول التالي :

المادة الأولى	ضعيف	مقبول	ضعيف	جيد	ضعيف	ممتاز	جيد جداً
المادة الثانية	ضعيف	مقبول	جيد	مقبول	ضعيف	جيد جداً	مقبول

• أوجد معامل ارتباط الرتب لسبيران بين المادتين.

الحل :

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف ^٢
ضعيف ١	ضعيف ١	٢	١,٥	٠,٥	٠,٢٥
مقبول ٤	مقبول ٣	٤	٤	صفر	صفر
ضعيف ٢	جيد ٦	٢	٦	٤ -	١٦
جيد ٥	مقبول ٤	٥	٤	١	١
ضعيف ٣	ضعيف ٢	٢	١,٥	٠,٥	٠,٢٥
ممتاز ٧	جيد جدا ٧	٧	٧	صفر	صفر
جيد جدا ٦	مقبول ٥	٦	٤	٢	٤

$$B = \frac{n \sum f^2 - (\sum f)^2}{n(n-1)} = 1 - \frac{21,25 \times 6}{(1-7)^7} = 0,62054$$

تدريب :

الجدول التالي يبين تقديرات ٦ طلاب في امتحان مائتي الإحصاء والاقتصاد :

تقدير الإحصاء	جيد جدا	مقبول	مقبول	جيد	ممتاز	مقبول
تقديرات الاقتصاد	مقبول	جيد	جيد	ممتاز	ممتاز	جيد

• احسب معامل ارتباط الرتب لمبيرمان وبين نوعه.

(٥) إذا كان س متغيراً عشوائياً متقطعاً توزيعه الاحتمالي كالتالي :

س	١ -	٠	١	٢	٤
د(س)	٢ ل	ل	٣ ل	٢ ل	ل

أوجد قيمة ل ثم احسب المتوسط و التباين للمتغير العشوائي س

الحل : A مجموع الاحتمالات = ١ $1 = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9}$
التوزيع الاحتمالى للمتغير العشوائى س

س ر	١ -	٠	١	٢	٤
د(س ر)	N	(	t	N	(

$$1 = \frac{1}{9} \times 4 + \frac{2}{9} \times 2 + \frac{3}{9} \times 1 + \frac{1}{9} \times \text{صفر} + \frac{2}{9} \times (1 -) = mB$$

$$2,22 = {}^2S_B = (1) - \left[\frac{1}{9} \times 16 + \frac{2}{9} \times 4 + \frac{3}{9} \times 1 + \frac{1}{9} \times 0 + \frac{2}{9} \times 1 \right]$$

$$1,5 = S_B$$

٦) عند دراسة العلاقة بين الكمية المعروضة (ص) و سعر سلعة ما (س) بالجنية كانت البيانات كالتالى :

السعر	٩	٦	٣	٧	١	٤
الكمية	١	٣	٤	٢	٦	٤

• أوجد معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص مبينا نوعه.

الحل :

س	ص	س ^٢	ص ^٢	س ص
٩	١	٨١	١	٩
٦	٣	٣٦	٩	١٨
٣	٤	٩	١٦	١٢
٧	٢	٤٩	٤	١٤
١	٦	١	٣٦	٦
٤	٤	١٦	١٦	١٦
Σ س = ٣٠	Σ ص = ٢٠	Σ س ^٢ = ١٩٢	Σ ص ^٢ = ٨٢	Σ س ص = ٧٥

$$B \text{ معامل بيرسون } r = \frac{\Sigma س ص - \frac{\Sigma س \times \Sigma ص}{n}}{\sqrt{\left(\Sigma س^2 - \frac{(\Sigma س)^2}{n} \right) \left(\Sigma ص^2 - \frac{(\Sigma ص)^2}{n} \right)}}$$

$$= \frac{75 \times 6 - 20 \times 30}{\sqrt{(192 - \frac{30^2}{6}) \times (82 - \frac{20^2}{4})}} = 0,9851 \text{ عكسي قوى}$$

(٧) دراسة للعلاقة المطلوبة بين الكمية المطلوبة (ص) والسعر (س) لمنتج معين كان لدينا البيانات الآتية:

$$\begin{aligned} \bar{س} &= ٨,٥ , \bar{ص} = ٤,٥ , ن = ٨ , \bar{س} = ٣٤٨ , \bar{ص} = ٦٢٠ \\ \bar{س} &= ٢٠,٤ , \bar{ص} = ٣٦ \end{aligned}$$

أوجد أولاً: معامل الارتباط لبيرسون بين س ، ص وحدد نوعه.

ثانياً : معادلة خط الانحدار.

الحل : الوسط الحسابى للقيم = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$ A $\bar{س} = ٨,٥$ B $\bar{ص} = \frac{٣٦}{٨} = ٤,٥$ حيث ن = ٨

B $\bar{س} = ٢٠,٤$ $\bar{ص} = ٣٦$ $\bar{س} = ٨,٥$ $\bar{ص} = ٤,٥$ $\bar{س} = ٣٤٨$ $\bar{ص} = ٦٢٠$ بالمثل

B معامل الارتباط لبيرسون :

$$\begin{aligned} r &= \frac{ن \bar{س} \bar{ص} - \bar{س} \bar{ص} \times \bar{ص}}{\sqrt{(ن \bar{س}^2 - \bar{س}^2)(ن \bar{ص}^2 - \bar{ص}^2)}} \\ &= \frac{٨ \times ٢٠,٤ \times ٣٦ - ٣٤٨ \times ٨}{\sqrt{(٨ \times ٢٠,٤^2 - ٣٤٨^2)(٨ \times ٤,٥^2 - ٦٢٠^2)}} \\ &= ١ \text{ طردى تام} \end{aligned}$$

لايجاد معادلة خط الانحدار : $ص = ب + س$ نوجد ب ، ب

$$ب = \frac{ن \bar{س} \bar{ص} - \bar{س} \bar{ص} \times \bar{ص}}{ن \bar{س} - \bar{س}^2} = \frac{٨ \times ٢٠,٤ \times ٣٦ - ٣٤٨ \times ٨}{٨ \times ٢٠,٤ - ٣٤٨} = ١$$

، $ب = \frac{ن \bar{س} \bar{ص} - \bar{س} \bar{ص} \times \bar{ص}}{ن \bar{س} - \bar{س}^2} = \frac{٨ \times ٢٠,٤ \times ٣٦ - ٣٤٨ \times ٨}{٨ \times ٢٠,٤ - ٣٤٨} = ١$

B معادلة خط الانحدار : $ص = ب + س$

تدريب : أوجد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص و حدد نوعه إذا كان :

$\bar{س} = ٦٨$ ، $\bar{ص} = ٣٦$ ، $\bar{س} = ٣٤٨$ ، $\bar{ص} = ٦٢٠$ ، $\bar{س} = ٢٠,٤$ ، $\bar{ص} = ٤,٥$ ، $ن = ٨$

(٨) من بيانات الجدول التالى :

١٢	١٠	١٤	١١	١٢	٩	س
١٨	١٧	٢٣	١٩	٢٠	١٥	ص

أوجد معادلة خط الانحدار ثم قدر قيمة ص عندما س = ١٣

الحل :

س	ص	س ^٢	ص ^٢	س ص
٩	١٥	٨١	٢٢٥	١٣٥
١٢	٢٠	١٤٤	٤٠٠	٢٤٠
١١	١٩	١٢١	٣٦١	٢٠٩
١٤	٢٣	١٩٦	٥٢٩	٣٢٢
١٠	١٧	١٠٠	٢٨٩	١٧٠
١٢	١٨	١٤٤	٣٢٤	٢١٦
Σ س = ٦٨	Σ ص = ١١٢	Σ س ^٢ = ٧٨٦	Σ ص ^٢ = ٢١٢٨	Σ س ص = ١٢٩٢

$$١,٥ = \frac{١١٢ \times ٦٨ - ١٢٩٢ \times ٦}{٦(٦٨) - ٧٨٦ \times ٦} = \frac{ن \Sigma س ص - \Sigma س ص \times ن}{ن \Sigma س - (\Sigma س)^٢} = ب$$

$$١,٧ = \frac{٦٨ \times ١,٥ - ١١٢}{٦} = \frac{\Sigma ص - ب \Sigma س}{ن} = پ$$

B معادلة انحدار ص على س : ص = ب + پ س
عند س = ١٣ : ص = ١٣ × ١,٥ + ١,٧ = ٢١,٢

(٩) إذا كان س متغير عشوائيا طبيعيا متوسطه $m = ١٠$ و انحرافه المعياري $\sigma = ٢$
اجب عن أحد المطلوبين التاليين فقط :

(١) أوجد : ل (س > ١٢) (٢) أوجد قيمة ك حيث ل (س < ١٠) = ٠,١٠٦٥

$$\text{الحل : (١) ل (س > ١٢) = ل (ص > \frac{١٠ - ١٢}{٢}) = ل (ص > -١) = ٠,٥ = ٠,٣٤١٣ - ٠,٥ = ٠,٨٤١٣$$

$$(٢) ل (ص < \frac{١٠ - ك}{٢}) = ٠,١٠٦٥$$

$$٠,١٠٦٥ = ل (ص < \frac{١٠ - ك}{٢}) = ٠,٥ - ل (ص > \frac{١٠ - ك}{٢})$$

$$٠,٣٩٣٥ = ل (ص > \frac{١٠ - ك}{٢}) = ٠,٥ - ٠,١٠٦٥$$

$$١٢,٤٨ = ك \quad ٢,٤٨ = ١٠ - ك \quad ١,٢٤ = \frac{١٠ - ك}{٢} \quad B$$

١٠) فصل دراسي به ٤٢ طالباً منهم ٢٨ طالباً يدرسون اللغة الفرنسية ، ٢١ طالباً يدرسون اللغة الألمانية ، ٧ طلاب يدرسون اللغتين معاً ، اختير طالب عشوائياً من هذا الفصل .

احسب احتمال أن الطالب المختار :-

أولاً : يدرس اللغة الفرنسية فقط

ثانياً : يدرس اللغة الفرنسية إذا كان دارساً للغة الألمانية

ثالثاً : لم يدرس أي من اللغتين

الحل : عدد الدارسين في الفصل = ٢٤

بفرض م حدث الطالب المختار دارسا للغة الفرنسية

ب حدث الطالب المختار دارسا للغة الألمانية

٢٨٦ = حدث الطالب المختار دارسا اللغتين معا

$$\frac{1}{2} = \frac{7}{42} - \frac{28}{42} = (P \cap B)J - (P)J = (B - P)J \text{ (أولاً)}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \frac{(P|B)}{(B)} = (B|P) \text{ (ثانياً) } \quad (B \cup P) = \text{ (ثالثاً) } = \text{ صفر}$$

(١١) إذا كان s متغير عشوائي متصل دالة كثافة الاحتمال له هي :

$$\left. \begin{array}{l} \text{حيث } \text{ك} \gamma \text{ س } \gamma \text{ ك} + ٢ \\ \text{فيما عدا ذلك} \end{array} \right\} = \text{د(س)} \frac{\text{س} + ١}{\text{صفر}}$$

أوجد قيمة ك ثم احسب ل (س < ٣)

الحل : د (ك) $\frac{١+ك}{٨} = (ك)$ ، د (ك + ٢) $\frac{٣+ك}{٨} = (ك + ٢)$

A دالة كثافة $B \cup (K \cap S \cap Y \cap K + 2) = 1$

$$1 = (k - 2 + k) [(2 + k)J + (k)J] \frac{1}{2} \quad B$$

$$\xi = \kappa_B \quad \wedge = \xi + \kappa \quad \gamma_B \quad \gamma = \frac{\xi + \kappa \gamma}{\wedge} \quad \gamma = \gamma \times \left[\frac{\gamma + \kappa}{\wedge} + \frac{\gamma + \kappa}{\wedge} \right] \frac{\gamma}{\gamma} \quad \gamma$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{حيث } ٢ \gamma \text{ س } ٧ \text{ } ٤ \\ \text{فيما عدا ذلك} \end{array} \right\} = \text{د(س)}_B$$

$$(3 - \epsilon) [(\epsilon)_D + (3)_D] \frac{1}{\epsilon} = (\epsilon \vee 3 > 3) \mathcal{I} = (3 < 3) \mathcal{I}_B$$

$$\frac{29}{16} = \left[\frac{0}{1} + \frac{1}{2} \right] \frac{1}{2} =$$

١٢) إذا كان s متغيراً عشوائياً متصلاً وكان :

$$d(s) = \left. \begin{array}{l} \frac{1}{8} \text{ س } 3 \text{ ي س } 5 \\ \text{صفر} \end{array} \right\} \text{ فيما عدا ذلك}$$

١) أثبت أن $d(s)$ دالة كثافة احتمال للمتغير العشوائى s

٢) أوجد : $L(s < 4)$

$$\text{الحل : } d(3) = \frac{3}{8}, d(5) = \frac{5}{8}$$

$$A \quad L(3 \text{ ي س } 5) = \frac{1}{2} = (3-5) \left[d(5) + d(3) \right] \frac{1}{2} = 2 \times \left[\frac{5}{8} + \frac{3}{8} \right] \frac{1}{2} = 1$$

B $d(s)$ دالة كثافة (اولاً)

$$L(s < 4) = L(5 > s > 4) = \frac{1}{2} \left[d(4) + d(5) \right] = \frac{1}{2} (5 - 4) = \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{4}{8} + \frac{5}{8} \right] = \frac{9}{16}$$

١٣) إذا كان s متغيراً عشوائياً متقطعاً توزيعه الاحتمالي كالتالى :

س	٠	١	٢	ب
$d(s)$	٠.١	٠.٢	٠.٣	ج

وإذا كان $\sigma = 1$ ومعامل الاختلاف = ٥٠% فأوجد قيمتي ب ، ج

الحل :

$$A \quad \text{مجموع الاحتمالات} = 1 \quad B \quad d(0) + d(1) + d(2) + d(ب) = 1$$

$$B \quad 1 = ج + ٠.١ + ٠.٢ + ٠.٣ \quad B \quad ج = ٠.٦ - ٠.٤ = ٠.٢$$

$$A \quad \text{معامل الاختلاف} = \frac{\sigma}{m} \times 100\% \quad B \quad ٥٠\% = \frac{1}{m} \times 100\% \quad B \quad ٢ = m$$

$$B \quad ٠.١ \times ٠ + ٠.٢ \times ١ + ٠.٣ \times ٢ + ب \times ٢ = ٠.٤ \quad B \quad ٠.٨ - ٢ = ب$$

$$B \quad ٠.٤ = ب \quad B \quad ١.٢ = ب \quad B \quad ٣ = ب$$

١٤) إذا كان s متغيراً عشوائياً طبيعياً متصلاً متوسطه μ وانحرافه المعياري σ

$$\text{وكان } L(s \geq 10) = ٠.٨٤١٣, \text{ وكان } L(s \leq ١٠.٥) = ٠.١٠٥٦$$

فاحسب قيمة كل من μ ، σ

$$\begin{aligned}
\text{الحل : ل (س } \gamma \text{) ل} &= \left(\frac{m-10}{s} \gamma \text{ ص } \right) \text{ ل} = 0,8413 \\
0,8413 &= \left(\frac{m-10}{s} \gamma \text{ ص } \right) \text{ ل} + 0,5 \text{ B} \\
1 &= \frac{m-10}{s} \text{ B} \quad 0,3413 = 0,5 - 0,8413 = \left(\frac{m-10}{s} \gamma \text{ ص } \right) \text{ ل} \text{ B} \\
(1) \quad 10 &= m + s \text{ B} \\
0,1056 &= \left(\frac{m-10,5}{s} \times \text{ص} \right) \text{ ل} = (10,5 \times \text{س}) \text{ ل} , \\
0,1056 &= \left(\frac{m-10,5}{s} \gamma \text{ ص } \right) \text{ ل} - 0,5 \text{ B} \\
0,3944 &= 0,1056 - 0,5 = \left(\frac{m-10,5}{s} \gamma \text{ ص } \right) \text{ ل} \text{ B} \\
(2) \quad 10,5 &= m + s \quad 1,25 \text{ B} \quad 1,25 = \frac{m-10,5}{s} \text{ B} \\
8 = m, \quad 2 &= s : \text{ نجد } 2, 1 \text{ بحل المعادلتين}
\end{aligned}$$

١٥) ماكينة بأحد المصانع تنتج أسطوانات أطوالها تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه ٥٦ سم وانحرافه المعياري ٢ سم تكون الأسطوانة المنتجة مقبولة إذا كان طولها ينحصر بين ٥١ سم ، ٦٠ سم اختبرت عينة عشوائية من ١٠٠٠ أسطوانة، فكم عدد الأسطوانات المتوقع قبولها؟
الحل: $m = 56$ ، $s = 2$

$$\begin{aligned}
\text{ل (س } > 51 \text{) ل} &= \left(\frac{56-51}{2} > \text{ص} \right) \text{ ل} = \left(\frac{56-60}{2} > \text{ص} \right) \text{ ل} \\
&= \left(2,5 > \text{ص} \right) \text{ ل} + \left(0 > \text{ص} \right) \text{ ل} \\
&= 0,4938 + 0,4772 = 0,971
\end{aligned}$$

B عدد الاسطوانات = الاحتمال $\times$ العدد الكلى $= 1000 \times 0,971 = 971$ اسطوانة

مع عاشق الرياضيات دائما في القمة
مع تمنياتي بالنجاح و التوفيق

<http://thanwya.7olm.org/>

منتدى / عاشق الرياضيات المنفلوطى